

Fiche de révision en Mathématiques

Seconde vers première, été 2025

1. Règles de calcul

1.1. Calculer avec des fractions

Propriété 1.

Pour tous a , b et c réels, b et c étant non-nuls

① $\frac{a}{1} = a$

Une fraction dont le dénominateur vaut 1 est égale à son numérateur

② $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$

On ne change pas une fraction en multipliant ou en divisant son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

③ $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

Un signe moins en facteur de la fraction peut passer en facteur du numérateur ou du dénominateur.

Propriété 2.

Pour tous a , b , c et d réels, b et d étant non-nuls,

① produit de deux fractions $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ ② produit d'une fraction par un nombre $c \times \frac{a}{b} = \frac{c \times a}{b} = \frac{c}{b} \times a$

③ inverse pour $a \neq 0$: $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$ ④ division pour $c \neq 0$: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

⚠ On ne peut ajouter, soustraire ou comparer que des fractions de même dénominateur :

④ plus $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$ ⑤ moins $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$ ⑥ comparer pour $d > 0$, $\frac{a}{d} < \frac{b}{d} \iff a < b$

Exercice 1. Simplifier les expressions suivantes :

① $\frac{3}{5} + \frac{12}{-35} \times \frac{-49}{24}$

② $\frac{124 \times 16 \times 5 \times 6}{12 \times 150 \times 3}$

③ $\frac{\frac{6}{5}}{\frac{3}{25}}$

④ $\frac{32}{3} - 6$

⑤ $\frac{6 \times 18 \times 30}{5 \times 60 \times 80}$

⑥ $\frac{2}{\frac{-7}{2}}$

⑦ $\frac{7}{3} - \frac{2}{\frac{1}{5}}$

⑧ $\frac{4 \times (\frac{5}{2} - \frac{5}{3})}{\frac{1}{4} + \frac{2}{3}}$

1.2. Calculer avec des puissances et des racines carrées

Propriété 3.

Pour tout a , b réels non-nul et pour tout m , n entier relatifs,

Opérations avec un même nombre élevé à différentes puissances :

① produit $a^n a^m = a^{n+m}$ ② inverse : $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ ③ division : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ ④ puissance : $(a^n)^m = a^{nm}$

⚠ Opération avec des nombres différents élevés à la même puissance :

④ plus $a^n \times b^n = (ab)^n$ ⑤ moins $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Exercice 2. Simplifier les expressions suivantes

Exemple : $\frac{3^7 \times 2^7}{6^6 \times 6^{-1}} = \frac{(3 \times 2)^7}{6^{6+(-1)}} = \frac{6^7}{6^5} = 6^{7-5} = 6^2 = 36$

① $\frac{15^{10}}{5^{10}}$

② $\frac{10^5}{(10^2)^{-3} \times 10^{10}}$

③ $\frac{20^6}{4^3}$

④ $\frac{2^{-7} \times 3^{-7}}{6^{-9} \times 6^1}$

⑤ $\frac{(27^2)^4}{3^8}$

Propriété 4.

Pour tous a, b réels positifs,

$$\textcircled{1} (\sqrt{a})^2 = a \quad \textcircled{2} \sqrt{a^2} = a \quad \textcircled{3} \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \quad \textcircled{4} \text{ Si } b \neq 0, \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \textcircled{5} \sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Exercice 3.

Simplifier les expressions suivantes

$$\textcircled{1} \sqrt{18} \times \sqrt{2} \quad \textcircled{2} \sqrt{440} \quad \textcircled{3} \sqrt{2} \times \sqrt{32} \quad \textcircled{4} (\sqrt{8} + 5)(\sqrt{8} - 5) \quad \textcircled{5} \frac{5\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$$

Exercice 4. Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ (a et b des entiers avec b le plus petit possible)

$$\textcircled{1} 2\sqrt{27} - 5\sqrt{3} + \sqrt{48} \quad \textcircled{2} \sqrt{18} - 3\sqrt{32} + 8\sqrt{8} \quad \textcircled{3} -6\sqrt{5} - 7\sqrt{45} - 4\sqrt{20} \quad \textcircled{4} -8\sqrt{10} \times 5\sqrt{2}$$

2. Développer, factoriser

2.1. Développer une expression

Exercice 5. Développer et réduire les expressions.

$$\textcircled{1} A = 5(6x - 2) + 2(5y - 2) \quad \textcircled{2} B = (-x - 5)(4x - 7) \\ \textcircled{3} C = 2x(-x - 7)(10x + 5) \quad \textcircled{4} D = \left(6x - \frac{3}{2}\right)\left(\frac{6x}{5} + 4\right)$$

Propriété 5.

identités remarquables

Pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\textcircled{1} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \textcircled{2} (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \textcircled{3} (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exercice 6. Développer les expressions suivantes à l'aide d'une identité remarquable :

$$\textcircled{1} A = (3x + 1)^2 \quad \textcircled{2} B = (7 - x)^2 \quad \textcircled{3} C = (2x - 1)(2x + 1) \quad \textcircled{4} D = (-4x + 2)(4x + 2)$$

Exercice 7. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\textcircled{1} A = (x - 7)^2 - (x + 8)(2x - 3) \quad \textcircled{2} B = (10 - 4x)(5 + 3x) - (5x - 6) \quad \textcircled{3} C = (5x - 4)(5x + 4) - (6x - 3)^2$$

2.2. Factoriser une expression

Exercice 8. Factoriser les expression

Exemple : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(2x + 3)(-7x + 3) - (5x - 5)(2x + 3) = (2x + 3)((-7x + 3) - (5x - 5))$
 $= (2x + 3)(-7x + 3 - 5x + 5)$
 $= (2x + 3)(-12x + 8)$
 $= 4(2x + 3)(-3x + 2)$

$$\textcircled{1} A = (8x - 3)(8 - 7x) + (8x - 3)(-x - 9) \quad \textcircled{2} B = (5x - 9)^2 + (5x + 10)(5x - 9) \\ \textcircled{3} C = 6(x + 1)(3x - 2) - 2(2 - 5x)(x + 1)$$

Exercice 9. Factoriser les expressions suivantes à l'aide d'une identité remarquable :

Exemple : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $49x^2 - 9 = (7x)^2 - 3^2 = (7x - 3)(7x + 3)$

$$\textcircled{1} A = 16x^2 - 4 \quad \textcircled{2} B = 25 - 70x + 49x^2 \quad \textcircled{3} C = 36x^2 + 24x + 4 \quad \textcircled{4} D = (5x - 2)^2 - 16$$

Exercice 10. Factoriser les expressions suivantes :

$$\textcircled{1} A = 8x + 4x^2 \quad \textcircled{2} B = 24x^3 + 12x^2 \quad \textcircled{3} C = (x + 8)(3x + 5) - (x - 4)(x + 8) \\ \textcircled{4} D = (x - 3)(2x - 1)^2 + (12 - 4x) \quad \textcircled{5} E = 12x^2 - 3 + (2x + 1)^2 \quad \textcircled{6} F = (2x - 2)^2 - x^2 + 1$$

3. Résolution d'équations et d'inéquations

3.1. Résolution algébrique d'équations

Exercice 11. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

Exemple : $-3x + 9 = 3(-6x - 2) \iff -3x - 9 = -18x - 6$
 $\iff -3x + 18x = -6 - 9$
 $\iff 15x = -15$
 $\iff x = \frac{-15}{15}$
 $\iff x = -1$
 $S = \{-1\}$

- ① $7x + 8 = -12x$ ② $-35x - 9 = -2$ ③ $\frac{x}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$
④ $3x + 2 = x - 6$ ⑤ $-4(3x - 8) + 1 = 5(-x - 3) + 6$

Propriété 6.

- (1) $A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$ (2) Si $B \neq 0$ alors $\frac{A}{B} = 0$ équivaut à $A = 0$.

Exercice 12. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

Exemple : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(3x - 4)(-x + 5) = 0 \iff 3x - 4 = 0$ ou $-x + 5 = 0$
 $\iff 3x = 4$ ou $-x = -5$
 $\iff x = \frac{4}{3}$ ou $x = 5$
 $S = \left\{\frac{4}{3}; 5\right\}$

- ① $3(x + 4)(5x - 1) = 0$ ② $(2x + 3)(-x + 6) = 0$ ③ $(x + 8)(2x - 1) = 0$ ④ $(x + 2)^2 = 0$

Exercice 13. Utiliser éventuellement les identités remarquables pour résoudre les équations suivantes :

- ① $x^2 - 16 = 0$ ② $2(x + 1)^2 = 18$ ③ $(x - 3)^2 = x - 3$ ④ $(x - 3)^2 = 25$ ⑤ $(2x + 1)^2 - 4 = 12$

Exercice 14. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

Exemple : Résolution de l'équation $\frac{2x + 8}{x - 3} = 0$ dans $\mathbb{R}$
Le dénominateur $x - 3$ s'annule pour $x = 3$. Il y a donc une valeur interdite, 3.
Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$, $\frac{2x + 8}{x - 3} = 0 \iff 2x + 8 = 0 \iff 2x = -8 \iff x = -4$ $S = \{-4\}$

- ① $\frac{x - 7}{2x - 4} = 0$ ② $\frac{20 - 5x}{3x + 8} = 0$ ③ $\frac{1}{x} = 4$ ④ $\frac{-2}{5x + 3} = 2$ ⑤ $\frac{-7x - 4}{x + 6} = -5$

3.2. Résolution algébrique d'inéquations

Exercice 15. Écriture sous forme d'inégalité

Dans chaque cas, écrire sous forme d'inégalité les intervalles suivants :

Exemple : $x \in]-7; 9] \iff -7 < x \leq 9$.

- ① $x \in [-3; 5]$ ② $x \in]3; 18]$ ③ $x \in]-1; 0[$
④ $x \in [-7; +\infty[$ ⑤ $x \in]-\infty; 56]$ ⑥ $x \in]-\infty; -12[$

Exercice 16. Écriture sous forme d'intervalle

Dans chaque cas, écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres x vérifiant l'inégalité :

Exemple : $x > 8 \iff x \in]8; +\infty[$.

- ① $-1 \leq x \leq \frac{1}{3}$ ② $2 \geq x > 0$ ③ $3 \leq x < 3,5$
 ④ $x > -2$ ⑤ $x \geq -6$ ⑥ $-4 \leq x$

Exercice 17. Intersection et réunion d'intervalles.

Dans chaque cas, déterminer l'intersection (symbole $\cap$) et la réunion (symbole $\cup$) des intervalles I et J .

Exemple : $I =]-13; 5]$ et $J = [-5; +\infty[$
 $I \cap J =]-13; 5] \cap [-5; +\infty[= [-5; 5]$
 $I \cup J =]-13; 5] \cup [-5; +\infty[=]-13; +\infty[$

- ① $I = [-8; 8]$ et $J = [-2; 12[$ ② $I =]1; 8]$ et $J = [5; 9]$ ③ $I =]-\infty; 1[$ et $J = [2; 5]$
 ④ $I = [-5; 2]$ et $J =]-1; 10]$ ⑤ $I = [5; +\infty[$ et $J = [-20; 4]$ ⑥ $I =]-\infty; -5[$ et $J = [-9; 3[$

Exercice 18. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

Exemple :

$$6x - 5 \leq 3x + 2 \iff 6x - 3x \leq 2 + 5 \iff 3x \leq 7 \iff x \leq \frac{7}{3} \quad S = \left] -\infty; \frac{7}{3} \right]$$

- ① $2x - 1 \leq 2$ ② $4x + 7 > 9$ ③ $\frac{1 - 3x}{4} \geq 0$
 ④ $x - 7 < 3x + 3$ ⑤ $6x - 8 \geq -5 + 4x$ ⑥ $\frac{x - 2}{3} - \frac{1 - x}{2} < 0$
 ⑦ $\frac{x}{2} - \frac{4 - x}{2} > 5$ ⑧ $-2x + 5 \leq -2(x + 4)$ ⑨ $(x + 1)^2 - 3x < x^2 + 4x - 9$

4. Tableau de signes

4.1. Tableau de signes de $mx + p$

Propriété 7.

Soit $m \neq 0$ et $p \in \mathbb{R}$. Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$.
 Le signe de $f(x)$ en fonction de x est donné par le tableau :

x	$-\infty$	$-\frac{p}{m}$	$+\infty$
$f(x)$	signe de $-m$		signe de m

Exercice 19. Compléter les tableaux de signes suivants :

x	$-\infty$	$+\infty$
$5 - 2x$		

x	$-\infty$	$+\infty$
$x - \frac{1}{2}$		

Exercice 20.

Déterminer le tableau de signes des deux fonctions suivantes : $f(x) = -3x + 1$ et $g(x) = 2x + 5$.

4. 2. Résoudre une inéquation à l'aide d'un tableau de signes

4. 2. 1 Résolution d'une inéquation produit

 *Exemple* : Résolution de $(2x - 7)(3 - x) < 0$.

Étudions le signe de $(2x - 7)(3 - x)$ à l'aide d'un tableau.

$$\begin{aligned} \star 2x - 7 = 0 &\iff 2x = 7 \iff x = \frac{7}{2} \\ \star 3 - x = 0 &\iff 3 = x \end{aligned}$$

x	$-\infty$	3	$\frac{7}{2}$	$+\infty$
$2x - 7$	— signe de -2	0	— signe de -2	0 + signe de 2
$3 - x$	+	0 signe de 1	— signe de -1	0 — signe de -1
Signe de $(2x-7) \times (3-x)$	— $\ominus \times \oplus$	0	+	0 — $\ominus \times \oplus$

Une fois le tableau de signes dressé, on peut résoudre l'inéquation : on note l'ensemble des x pour lesquels l'expression est de signe « — » : $(2x - 7)(3 - x) < 0 \iff x \in]-\infty; 3[\cup]\frac{7}{2}; +\infty[$.

Exercice 21. Inéquations produits

Résoudre les inéquations suivantes au moyen d'un tableau de signes (après éventuellement avoir ramené le membre de droite à zéro puis factorisé le membre de gauche) :

- ① $x^2 < 9$ ② $(3x + 2)(x - 1)x > 0$ ③ $(x - 1)(2 - 3x)x \leq 0$
 ④ $(3x + 1)(5x + 2) \geq 6x^2 + 2x$ ⑤ $4x^2 > 16$

4. 2. 2 Résolution d'une inéquation quotient

 *Exemple* : Résolution de $\frac{1+x}{4-3x} \geq 0$.

D'abord on cherche d'éventuelles **valeurs interdites** : $4 - 3x = 0 \iff -3x = -4 \iff x = \frac{4}{3}$.

Donc $\frac{4}{3}$ est une valeur interdite.

Puis on résout $1 + x = 0 \iff x = -1$.

x	$-\infty$	-1	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$1 + x$	—	0	+	+
$4 - 3x$	+	+	0	—
Signe de $\frac{1+x}{4-3x}$	—	0	+	—

D'après le tableau de signes on a : $\frac{1+x}{4-3x} \geq 0 \iff x \in \left[-1; \frac{4}{3}\right[$

Exercice 22. Inéquations quotients

Résoudre les inéquations suivantes au moyen d'un tableau de signes :

- ① $-\frac{6}{3+x} \geq 0$ ② $\frac{5x}{-2x+8} > 0$ ③ $\frac{4x-2}{3x+9} < 0$ ④ $\frac{(x+2)(4x-8)}{-x+7} \leq 0$
 ⑤ $\frac{(2x+6)^2}{5x+3} > 0$ ⑥ $\frac{16x-1}{9+x} \geq 0$ ⑦ $\frac{x-3}{(-x+7)(4x+5)} \leq 0$ ⑧ $\frac{9x^2-12x+4}{(3x-6)(-x+3)} < 0$

Exercice 23.

- ① Montrer que l'inéquation $\frac{8-2x}{3x-4} \geq -4x-2$ équivaut à l'inéquation $\frac{12x(x-1)}{3x-4} \geq 0$.
- ② Dresser le tableau de signes de $\frac{12x(x-1)}{3x-4}$ puis résoudre $\frac{8-2x}{3x-4} \geq -4x-2$.

5. Système linéaires, intersections de droites

5.1. Définition, opérations sur les systèmes

Définition 1.

Un **système linéaire de deux équations à deux inconnues** est la donnée de deux équations d'inconnues x et y de la forme :

$$(S) : \begin{cases} ax + by + c = 0 & (E_1) \\ a'x + b'y + c' = 0 & (E_2) \end{cases} \quad \text{où } a, b, c, a', b' \text{ et } c' \text{ sont des nombres réels donnés.}$$

Une solution de ce système est le couple de valeurs $(x; y)$ qui vérifie simultanément ces deux équations. Résoudre ce système, c'est trouver tous ses couples de solutions.

Propriété 8.

Soient les droites d d'équation $ax + by + c = 0$ et d' d'équation $a'x + b'y + c' = 0$.

Soit le système : $(S) : \begin{cases} ax + by + c = 0 & (E_1) \\ a'x + b'y + c' = 0 & (E_2) \end{cases}$

Résoudre le système (S) , c'est déterminer les coordonnées des points d'intersection éventuels des droites d et d' .

Soient $\vec{u}(-b; a)$ et $\vec{v}(-b'; a')$ les vecteurs directeurs respectifs de d et d' .

On a donc $\det(\vec{u}; \vec{v}) = -b \times a' - a \times (-b') = ab' - a'b$

On distingue 3 possibilités pour l'ensemble des couples solutions $\mathcal{S}$ du système (S) :

$ab' - a'b \neq 0$	$ab' - a'b = 0$	
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires	$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires	
d et d' sont sécantes en un point $I(x_I; y_I)$	d et d' sont strictement parallèles	d et d' sont confondues
(S) admet une unique solution $\mathcal{S} = \{(x_I; y_I)\}$	(S) n'admet pas de solution $\mathcal{S} = \emptyset$	(S) admet une infinité de solutions

Exercice 24.

- ① Le couple $(-5; 7)$ est-il solution du système $(S_1) : \begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ -x - 3y = -16 \end{cases}$
- ② Le couple $(4; -1)$ est-il solution du système $(S_2) : \begin{cases} -x + 7y = -11 \\ 2x - 2y = 11 \end{cases}$

5. 2. Méthode de résolution par substitution

 *Exemple :*

On isole une inconnue dans une équation. Par exemple, x dans la seconde équation :

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x = \boxed{2y} \end{cases}$$

On remplace (ou substitue) x par son expression en fonction de y (ici, $2y$) dans la première équation, afin de faire disparaître la variable x :

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \times \boxed{2y} - 2y = 2 \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y - 2y = 2 \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 2 \\ x = 2y \end{cases}$$

On résout l'équation avec une seule inconnue et on remplace le résultat dans l'autre :

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 2 \times (\frac{1}{2}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

Conclusion. Le système (S) admet pour unique solution le couple $(1; \frac{1}{2})$ où $\mathcal{S} = \{(1; \frac{1}{2})\}$.

5. 3. Méthode de résolution par combinaison

 *Exemple :* Résolution du système
$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \begin{cases} x + 4y = 2 \\ 3x - 2y = -8 \end{cases}$$

- Pour trouver x , on cherche à éliminer y . Pour cela, on observe bien les termes en y :
$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \begin{cases} x + \boxed{4y} = 2 \\ 3x + \boxed{-2y} = -8 \end{cases}$$

On se dit alors qu'en multipliant la deuxième équation L_2 par 2 et en ajoutant le résultat à la première équation L_1 , on va bien éliminer les y . Le calcul donne :

$$\begin{array}{l} L_1 : x + 4y = 2 \\ 2L_2 : 6x - 4y = -16 \\ \hline L_1 + 2L_2 : 7x = -14 \end{array} \quad \text{On en déduit que } x = -2.$$

- Pour trouver y , on cherche à éliminer x . Pour cela, on observe bien les termes en x :
$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \begin{cases} \boxed{x} + 4y = 2 \\ \boxed{3x} - 2y = -8 \end{cases}$$

On se dit alors qu'en multipliant la première équation L_1 par 3 et la deuxième équation L_2 par -1 , on va bien éliminer les x en ajoutant ces deux résultats. Le calcul donne :

$$\begin{array}{l} 3L_1 : 3x + 12y = 6 \\ -L_2 : -3x + 2y = 8 \\ \hline 3L_1 - L_2 : 14y = 14 \end{array} \quad \text{On en déduit que } y = 1$$

- Remarque : il est inutile de détailler autant les calculs sur une copie. Il est préférable de rédiger de la façon suivante :

$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \begin{cases} x + 4y = 2 \\ 3x - 2y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} L_1 + 2L_2 \\ 3L_1 - L_2 \end{matrix} \begin{cases} 7x = -14 \\ 14y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$\mathcal{S} = \{(-2; 1)\}$ (ensemble composé du couple formé par le x et le y trouvés)

Exercice 25. Systèmes

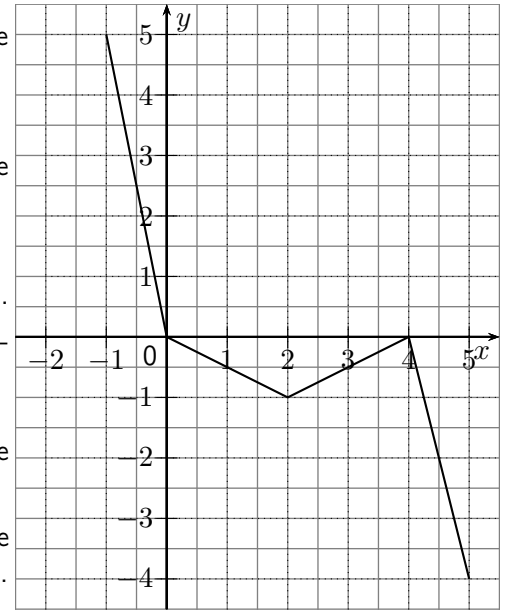
- ① Pour chaque système, discuter de l'existence des solutions.
- ② Résoudre les systèmes admettant un unique couple solution.

$$(S_1) : \begin{cases} 6x - 5y = 38 \\ 3x - y = 13 \end{cases} \quad (S_2) : \begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ 2x - 5y = -7 \end{cases} \quad (S_2) : \begin{cases} 8x - 6y = 1 \\ -4x + 3y = -3 \end{cases} \quad (S_3) : \begin{cases} -10x + 9y = 10 \\ 10x + 3y = -8 \end{cases}$$

6. Exercices de synthèse

Exercice 26.

On a tracé ci-dessous la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie sur $[-1; 5]$.



- ① Dresser son tableau de variation.
- ② Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 0$. Justifier par une phrase.
- ③ Déterminer graphiquement l'image de 2 par f .
- ④ Déterminer graphiquement les antécédents éventuels de $-0,5$ par f .
- ⑤ Tracer dans le même repère la représentation graphique $\mathcal{C}_g$ de la fonction affine g définie par $g(x) = \frac{8}{3}x - 4$.
- ⑥ Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
- ⑦ Sur $[2; 4]$, $\mathcal{C}_f$ est le segment de droite d'extrémités les points de coordonnées $(2; -1)$ et $(4; 0)$. Déterminer l'expression de f sur $[2; 4]$.

Exercice 27.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$.

On nomme $\mathcal{C}_f$ la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère.

- ① Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 7x + 12$.
- ② Démontrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (x + 3)(x + 4)$.
Après avoir choisi l'expression la plus adaptée de $f(x)$, répondre aux questions suivantes :
- ③ Calculer l'image de -3 , de 0 , $-\frac{7}{2}$ et $\sqrt{7}$ par f .
- ④ Résoudre les équations suivantes : $f(x) = 0$, $f(x) = 12$ et $f(x) = -\frac{1}{4}$.
- ⑤ Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
- ⑥ Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des ordonnées.
- ⑦ Déterminer les antécédents éventuels de 12 par f .
- ⑧ Résoudre à l'aide d'un tableau de signes l'inéquation $f(x) < 0$.

Exercice 28.

Pour une sortie au musée, les 35 élèves d'une classe doivent payer 7 euros s'ils utilisent la réduction de leur carte région, ou 11 euros sinon. Leur professeur récupère la somme de 305 euros pour sa classe.

On note x le nombre d'élèves qui ont utilisé leur réduction et y le nombre d'élèves qui ne l'ont pas utilisée.

Déterminer combien d'élèves ont utilisé leur carte de réduction et combien ne l'ont pas utilisée.

Exercice 29.

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les points $A(-2; 3)$, $B(2; 1)$ et $C(-4; -1)$.

- ① Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.
- ② Calculer les distances AB , AC et BC .
- ③ Prouver que le triangle ABC est un triangle isocèle rectangle et préciser en quel point.
- ④ On appelle H le milieu de $[BC]$. Déterminer par le calcul les coordonnées de H .
- ⑤ (a) Déterminer par le calcul les coordonnées du point D , symétrique de A par rapport à H .
(b) Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? Justifier.
- ⑥ Montrer que le cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au triangle ABC a pour centre le point H et pour rayon $\sqrt{10}$.
- ⑦ Le point $L(2; -1)$ appartient-il au cercle $\mathcal{C}$? Justifier.

- ⑧ (question difficile) Soit $M(x, y)$ un point du plan. Montrer que pour tout point M appartenant au cercle $\mathcal{C}$, on a $(x + 1)^2 + y^2 = 10$

Exercice 30.

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(-2; 2)$, $B(1; 3)$, $C(-3; -1)$ et $D(-4; 0)$.

- ① Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.
- ② Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- ③ Démontrer que ABC est un triangle isocèle en A .
- ④ Démontrer que les droites (AD) et (BC) sont parallèles.
- ⑤ (a) Démontrer que le quadrilatère $ABOC$ est un parallélogramme. Est-ce un parallélogramme particulier ?
(b) Déterminer les coordonnées du point E tel que $ABCE$ soit un parallélogramme.
- ⑥ Déterminer le réel x tel que le point M de coordonnées $(x; 3)$ soit aligné avec A et C .
- ⑦ Placer le point F tel que $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Déterminer par le calcul les coordonnées du point F .

Exercice 31.

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$ on considère les points $A(-3; 5)$, $B(9; 2)$ et $C(2; 0)$.

- ① Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
- ② Montrer que le point C n'appartient pas à la droite (AB) .
- ③ Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par le point C et de vecteur directeur $\vec{u}(2; 7)$.
- ④ Déterminer les coordonnées du point d'intersection M des droites (AB) et d .
- ⑤ Déterminer les coordonnées du point d'intersection P de la droite (AB) avec l'axe des abscisses.

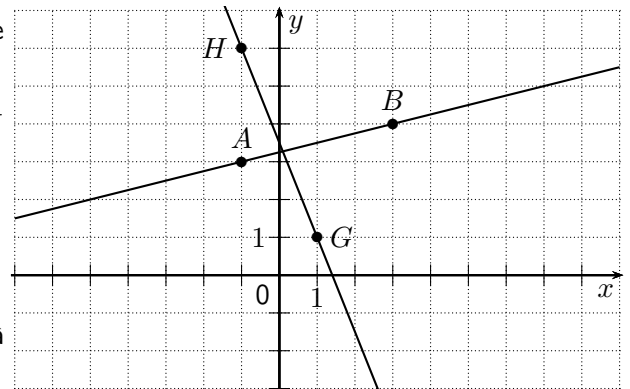
Exercice 32.

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$ on considère les points $A(6; 2)$, $B(-2; 4)$ et $C(-1; 2)$.

- ① Déterminer une équation réduite de la droite (AB) .
- ② Montrer que le point C n'appartient pas à la droite (AB) .
- ③ Déterminer une équation réduite de la droite d passant par le point C et de pente $\frac{1}{3}$.
- ④ Déterminer les coordonnées du point d'intersection M des droites (AB) et d .
- ⑤ Déterminer les coordonnées du point d'intersection P de la droite (AB) avec l'axe des abscisses.

Exercice 33.

- ① Déterminer graphiquement un vecteur directeur et la pente de chacune des droites tracées dans le repère ci-dessous.
- ② On considère la droite d dont une équation cartésienne est $2x - 3y + 5 = 0$.
(a) Déterminer un vecteur directeur de d .
(b) En déduire la pente (ou le coefficient directeur) de d .
(c) Représenter d .
- ③ Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ parallèle à la droite d et passant par le point $E(5; -7)$.



Exercice 34.

La période T (en seconde) d'un pendule simple, c'est-à-dire la durée d'une oscillation de celui-ci, peut être exprimée en fonction de sa longueur l (en mètre) par : $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. On donne $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

- ① Calculer la période T d'un pendule de longueur 5 m, en arrondissant à 0,1 s.
- ② Calculer la longueur l d'un pendule dont la période vaut 10 s. Arrondir à 1 cm.
- ③ (a) Deux pendules A et B ont pour longueurs respectives 5 m et 10 m. Comparer leurs périodes.

- (b) D'une façon générale, un pendule A a une longueur inférieure à celle d'un pendule B. Quel pendule a la période la plus grande ? Justifier.

Exercice 35.

À l'intérieur d'un piston, la pression P (en bars) et le volume V (en litres) suivent la loi : $P \times V = 1$

- ① Exprimer P en fonction de V .
- ② Sachant qu'à l'intérieur d'un piston, le volume peut varier entre 0,5 et 5 litres, déterminer les valeurs possibles de la pression.
- ③ Pour un autre piston, on a relevé que la pression varie entre 0,2 et 2,75 bars. Déterminer les valeurs possibles du volume de ce deuxième piston.

Exercice 36.

Jeanne est directrice d'une agence bancaire. Elle souhaite diminuer de 20% le nombre de photocopies réalisées dans agence durant l'année.

- ① Elle prévoit de diminuer le nombre de photocopies de 10% le 1^{er} semestre et de 10% le 2^e semestre. Est-ce que cela lui permettra d'atteindre son objectif ?
- ② Au 1^{er} trimestre, le nombre de photocopies a diminué de 7%, avant d'augmenter de 2% au 2^e trimestre et de diminuer à nouveau de 6% au 3^e trimestre.
On arrondira les résultats à 0,01% près.
 - (a) Déterminer le taux d'évolution global pour les trois premiers trimestres.
 - (b) En déduire l'évolution que doit subir le nombre de photocopies lors du dernier trimestre pour que Jeanne atteigne son objectif.

Exercice 37.

Un club pour adolescents organise des activités pour les vacances. Il propose une activité kayak, une activité escalade et une activité vélo. 160 adolescents participent au club. Parmi eux 57,5% sont des filles.

Les adolescents ne peuvent choisir qu'une seule activité.

45% des adolescents se sont inscrits à l'activité vélo.

Il y a autant d'inscrits à l'activité escalade qu'à l'activité kayak.

Un quart des garçons a choisi l'escalade et 75% des filles n'ont pas choisi le kayak.

- ① Recopier et compléter le tableau des effectifs suivant.

	kayak	escalade	vélo	Total
Filles				
garçons				
Total				

- ② On choisit au hasard un adolescent du club.
On considère les événements suivants.
 - F : « l'adolescent choisi est une fille »
 - K : « l'adolescent s'est inscrit à l'activité kayak »
 - E : « l'adolescent s'est inscrit à l'activité escalade »
 - (a) Calculer la probabilité des événements E , F et K .
 - (b) Décrire par une phrase les événements $F \cap E$ et $F \cup E$.
 - (c) Calculer $p(F \cap E)$ puis en déduire (en rappelant la formule) $p(F \cup E)$
 - (d) Calculer $p(\overline{F \cap E})$
- ③ On choisit un adolescent au hasard parmi ceux inscrits à l'activité vélo. Quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?