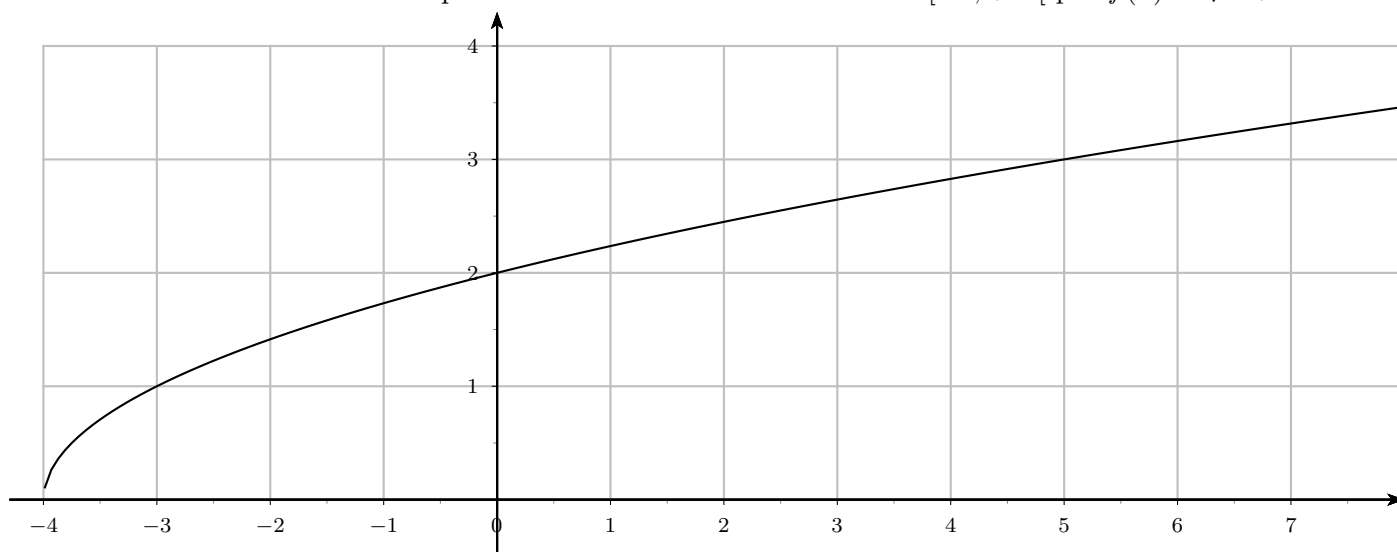


**Exercice 1**

On a tracé ci-dessous la courbe représentative de la fonction définie sur  $[-4; +\infty[$  par  $f(x) = \sqrt{x+4}$ .

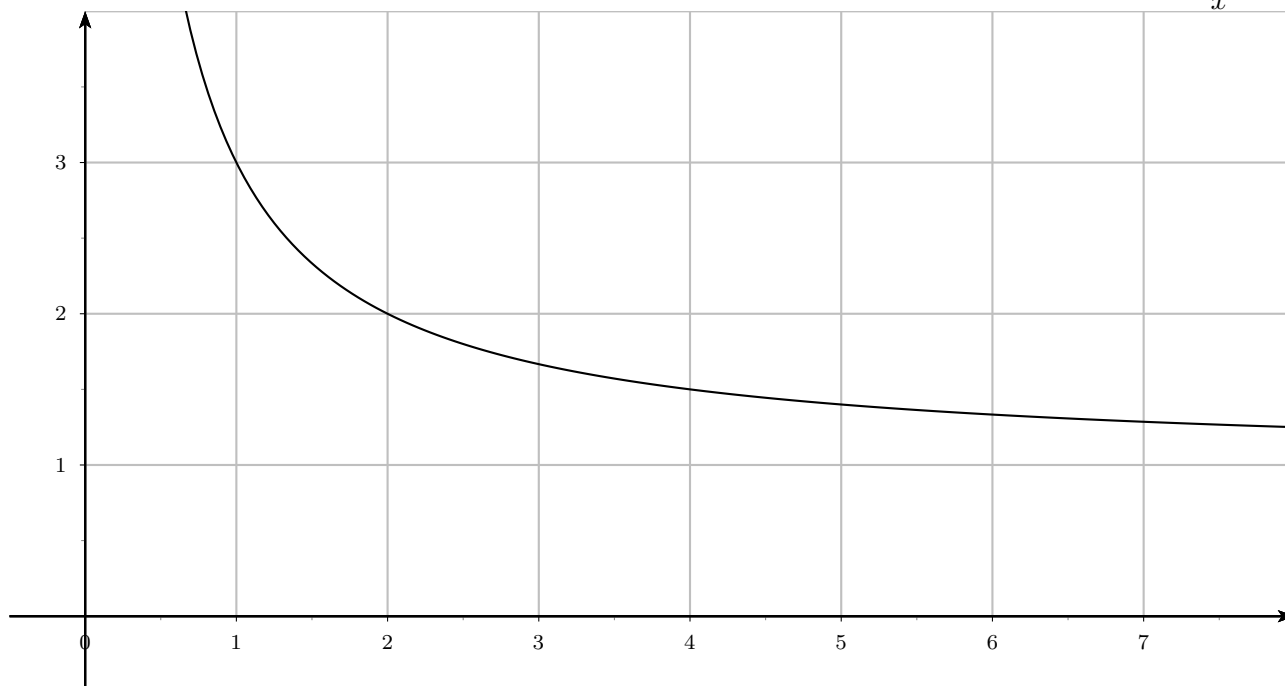


On définit la suite  $(u_n)$  par :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = f(n)$

1. Placer sur l'axe des ordonnées, les trois premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
2. Calculer les trois premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
3. Conjecturer la limite de la suite  $(u_n)$ .

**Exercice 2**

On a tracé ci-dessous la courbe représentative de la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2}{x} + 1$ .



On définit la suite  $(u_n)$  par :  $u_0 = 1$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$

1. Placer sur l'axe des abscisses les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
2. Calculer les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
3. La suite  $(u_n)$  est-elle monotone ? Le démontrer.
4. La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ?
5. La suite  $(u_n)$  est-elle géométrique ?
6. Pour tout entier naturel  $n$  non nul, exprimer  $u_n$  en fonction de  $u_{n-1}$

### Exercice 3

Aurélien décide de partir de Paris et d'aller à Stockholm en vélo. Il doit parcourir 2000km.

Le premier jour il parcourt 20 km. Chaque jour, il parcourt 5 km de plus que le jour précédent. On note  $u_n$  la distance parcourue le  $n$ -ième jour. Ainsi  $u_1 = 20$

1. Quelle distance parcourt-il le deuxième jour ?
2. Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ . Quelle est la nature de la suite  $u_n$  ?
3. En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
4. Quelle distance parcourt-il le dixième jour ?
5. On note  $s_n$  la distance parcourue **au total** depuis le début du parcours, le  $n$ -ième jour au soir.
  - (a) Compléter sur l'énoncé les lignes de cette fonction somme, ci-dessous, écrite en Python, pour qu'elle renvoie la distance totale parcourue depuis le début du parcours jusqu'au soir du  $n$ -ième jour.

```
1  def somme(n) :  
2      u=20  
3      S=.....  
4      for k in range (.....) :  
5          u=u+5  
6          S=.....  
7      return S
```

- (b) Que renvoie cette fonction pour  $n = 5$ .
  - (c) Exprimer  $s_n$  en fonction de  $n$ .
6. Déterminer au bout de combien de jours Aurélien aura parcouru les 2000 km et sera arrivé à Stockholm en expliquant votre démarche qui peut impliquer par exemple l'utilisation de la calculatrice ou la résolution d'une équation.

### Exercice 4

Une retenue d'eau artificielle est alimentée par un ruisseau dont le débit diminue de 20% d'un jour à l'autre à cause d'une période sécheresse. Pour la journée du 1er juin, le débit  $d_1$  est égal à 300 m<sup>3</sup> par jour. On note  $d_n$  le débit pour le  $n$ -ième jour du mois de juin.

1. Calculer le débit  $d_2$  pour le 2 juin.
2. Exprimer  $d_{n+1}$  en fonction de  $d_n$ . En déduire la nature de la suite  $(d_n)$  puis l'expression de  $d_n$  en fonction de  $n$ .
3. Calculer le débit pour le dixième jour.
4. Calculer le volume total apporté dans la retenue au cours des 30 jours du mois de juin.

### Exercice 5

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 10$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 7$

1. (a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ . Donner les trois termes suivants à l'aide la calculatrice.  
(b) La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ?
2. Soit la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = u_n - 14$ .
  - (a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique. On précisera sa raison et son premier terme.
  - (b) Exprimer  $v_n$  et  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. On considère  $S_n = \sum_{k=0}^n v_k$  et  $T_n = \sum_{k=0}^n u_k$ .  
Donner les expressions de  $S_n$  et  $T_n$  en fonction de  $n$ .

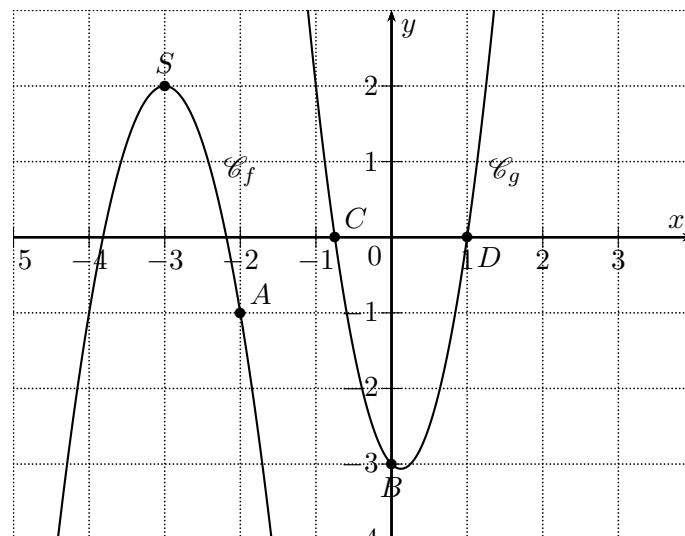
### Exercice 6

Une entreprise achète des fruits très mûrs, pommes ou bananes à bas coût. Parmi ses achats, 30% des fruits sont des pommes qui, selon leur état sont utilisées pour fabriquer des compotes pour les quatre cinquièmes, ou, pour les autres, sont jetés. De même 60% des bananes achetées sont utilisées pour fabriquer des compotes et les autres sont jetées.

- On choisit au hasard un fruit acheté par cette entreprise et on note respectivement  $B$  et  $J$  les événements « Ce fruit est une banane » et « ce fruit va être jeté ».
  - Préciser les probabilités  $P(B)$ ,  $P_B(J)$  et  $P_{\overline{B}}(J)$ , puis tracer un arbre modélisant la situation.
  - Quelle est la probabilité que le fruit choisi soit une banane destinée à être jetée ? Montrer que  $P(J) = 0,34$ .
  - Si le fruit choisi est destiné à être jeté, quelle est la probabilité que ce fruit soit une pomme ?
- Cette entreprise achète les pommes et les bananes au prix de 0,25 € le kg. Les fruits sont ensuite triés et regroupés en cagettes de 4 kg, suivant qu'ils sont destinés à être jetés ou non. Les compotes fabriquées sont revendues au prix de 1,75 € le kg, indépendamment de leur composition. Après le tri des fruits, on choisit une cagette au hasard et on note  $X$  le bénéfice algébrique à venir de l'entreprise pour cette cagette. Par exemple, si cette cagette est composée de fruits destinés à être jetés,  $X$  est négatif et correspond au coût d'achat de 4 kg de fruits pour l'entreprise.
  - Déterminer la loi de  $X$ .
  - Calculer l'espérance de  $X$ , puis interpréter le résultats dans le contexte de l'exercice.

### Exercice 7

Les paraboles  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  tracées ci-dessous représentent deux fonctions polynômes de degré 2. La parabole  $\mathcal{C}_f$  passe par le point  $A$  de coordonnées  $(-2; -1)$  et a pour sommet le point  $S$  de coordonnées  $(-3; 2)$ . La parabole  $\mathcal{C}_g$  passe par le point  $B$  de coordonnées  $(0; -3)$  et coupe l'axe des abscisses en  $C$  et  $D$  de coordonnées respectives  $(-\frac{3}{4}; 0)$  et  $(1; 0)$ . Donner une expression de  $f(x)$  et  $g(x)$ .



### Exercice 8

On considère la fonction polynôme définie sur  $\mathbb{R}$  par  $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 62x - 105$

- Calculer  $P(-3)$ .
- Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $P(x) = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $P(x) > 0$

**Exercice 9**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-5; 5]$  par  $f(x) = -3x^3 + 7x^2 + 22x - 8$ .

Étudier les variations de  $f$ . On dressera le tableau de variation de  $f$ .

On nomme  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de  $f$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , tracer  $\mathcal{C}_f$

**Exercice 10**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{6x^2 - 14x + 5}{2x - 4}$ . On appelle  $(\mathcal{C}_f)$  la représentation graphique de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Étudier les variations de  $f$  sur son ensemble de définition  $\mathcal{D}_f$ . (On résumera les résultats à l'aide d'un tableau de variations)
2. (a) Montrer que pour tout réel  $x$  de  $\mathcal{D}_f$ ,  $f(x) = 3x - 1 + \frac{1}{2x - 4}$   
 (b) Soit  $(\Delta)$  la droite d'équation  $y = 3x - 1$ . Étudier la position relative de  $(\mathcal{C}_f)$  et  $(\Delta)$ .

**Exercice 11**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $] -4; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x^3 - 2}{x + 4}$ .

1. Montrer que pour tout  $x > -4$ , la dérivée de  $f$  vérifie  $f'(x) = \frac{2x^3 + 12x^2 + 2}{(x + 4)^2}$ .
2. Pour tout  $x > -4$ , on pose  $g(x) = 2x^3 + 12x^2 + 2$ .  
 Montrer que la fonction  $g$  admet un minimum sur  $] -4; +\infty[$ .
3. Montrer que  $f$  est monotone sur  $] -4; +\infty[$ .

**Exercice 12**

Une grande entreprise commercialise fabrique et vend des tablettes tactiles.

Cette entreprise fabrique entre 300 et 800 tablettes par jour et le coût total de fabrication de  $x$  centaines de tablettes est modélisé, en milliers d'euros, par la fonction  $\mathcal{C}$  définie sur  $[3; 8]$  par  $\mathcal{C}(x) = 0,4x^3 - 9x + 100$  et le coût moyen est égal à  $\mathcal{C}_M(x) = \frac{\mathcal{C}(x)}{100x}$  pour tout  $x$  dans  $[3; 8]$ . Les tablettes sont ensuite vendues 350 euros l'unité.

1. Montrer que pour tout  $x$  dans  $[3; 8]$ , la dérivée de  $\mathcal{C}_M$  vérifie :  $\mathcal{C}'_M(x) = \frac{(x - 5)(0,8x^2 + 4x + 20)}{100x^2}$ .
2. (a) En déduire que le coût moyen de fabrication est minimal pour une certaine quantité  $q$  de tablettes fabriquées et préciser la valeur de  $q$ .  
 (b) Calculer le bénéfice en euro de l'entreprise pour  $q$  tablettes produites et vendues au cours d'une journée.

**Exercice 13**

On décide d'éteindre le chauffage dans les chambres d'une maison à 21 h. La température y est alors de 20°C. On suppose que la température extérieure reste constante et égale à 9°C.

On désigne par  $t$  le temps écoulé depuis 21 h, exprimé en heure, et on modélise la température à l'instant  $t$ , dans une chambre, exprimée en °C, par une fonction  $t \mapsto f(t)$ , définie sur l'intervalle  $[0; 10]$ .

1. Quel sens de variation peut-on conjecturer pour la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 10]$  ?  
 On admet que la fonction  $f$  est définie sur  $[0; 10]$  par  $f(t) = 11e^{-0,06t} + 9$
2. Démontrer le sens de variation conjecturé dans la question 1.
3. Calculer  $f(10)$ . Arrondir au dixième et interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.
4. Pour un sommeil « réparateur », la température idéale dans une chambre se situe entre 16°C et 19°C.  
 En raisonnant en heure entière et en utilisant la calculatrice, indiquer un intervalle de temps d'amplitude maximale pour lequel le sommeil sera « réparateur ».

### Exercice 14

#### Partie A. Étude graphique

On donne ci-dessous la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[-3; 2]$ . On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

Le point  $A$  de coordonnées  $(0; 3)$  appartient à la courbe  $\mathcal{C}_f$ .  $B$  est le point d'abscisse 1 appartenant à la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

On dispose des informations suivantes :

- La fonction  $f$  est strictement décroissante sur  $[-3; -0,5]$  et  $[1; 2]$  et elle est strictement croissante sur  $[-0,5; 1]$ ;
- La droite  $\Delta$  d'équation  $y = 0,5x + 3$  est tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $A$ ;
- la tangente  $\Delta'$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $B$  est parallèle à l'axe des abscisses.

Chaque réponse devra être justifiée.

1. Donner la valeur de  $f'(1)$ .
2. Quel est le signe de  $f'(-2)$  ?
3. Donner la valeur de  $f'(0)$ .

#### Partie B. Étude théorique

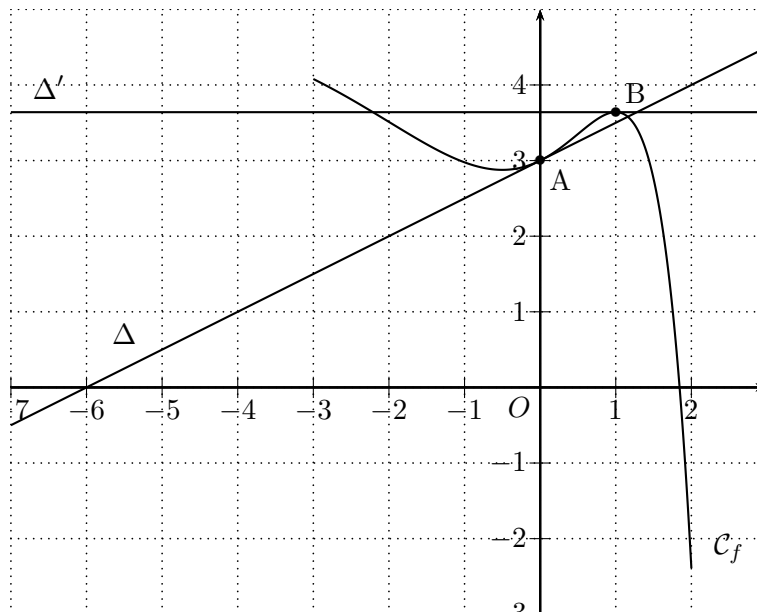
On admet qu'il existe trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  pour lesquels la fonction  $f$  représentée dans la partie A est définie, pour tout réel  $x$  de  $[-3; 2]$ , par :  $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x + 5$ .

1. En utilisant l'un des points du graphique, justifier que  $c = -2$ .
2. On admet que la fonction dérivée  $f'$  est donnée, pour tout réel  $x$  de  $[-3; 2]$ , par

$$f'(x) = (ax^2 + (2a + b)x - 2 + b)e^x$$

En utilisant les résultats de la partie A, justifier que  $b = 2,5$ , puis que  $a = -1$ .

3. Vérifier que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[-3; 2]$  :  $f'(x) = (-x^2 + 0,5x + 0,5)e^x$ .
4. Étudier le signe de  $f'(x)$ , puis dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $[-3; 2]$ .



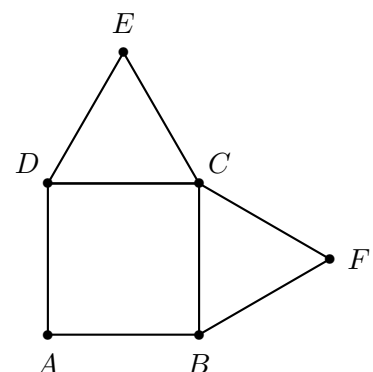
### Exercice 15

Soit  $ABCD$  un parallélogramme tel que  $AB = 8$ ,  $AD = 6$  et  $AC = 12$ . Déterminer une valeur approchée en degrés, à  $10^{-2}$  près, de la mesure de l'angle  $\widehat{BAD}$ .

### Exercice 16

On considère un carré  $ABCD$  de côté 1 ainsi que deux points  $E$  et  $F$  tels que les triangles  $BCF$  et  $DCE$  sont équilatéraux comme sur la figure ci-contre.

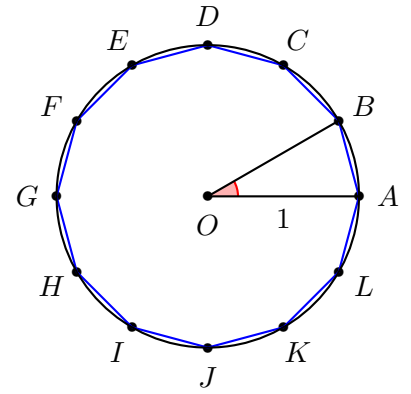
Démontrer que les droites  $(AE)$  et  $(DF)$  sont perpendiculaires.



**Exercice 17**

Soit ABCDEFGHIJKL un dodécagone régulier (c'est à dire un polygone convexe à 12 côtés de même longueur) inscrit dans le cercle de centre O et de rayon 1.

Calculer la valeur exacte du périmètre et de l'aire du dodécagone.

**Exercice 18**

Sur un terrain de paintball, trois poteaux A, B et C et une cible T forment les sommets d'un rectangle. Un joueur J dans ce rectangle connaît la distance en mètre qui le sépare de chaque poteau :  $JA = 336\text{m}$ ,  $JB = 144\text{m}$  et  $JC = 284\text{m}$ .

Calculer la distance JT qui sépare le joueur J de sa cible.

**Exercice 19**

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , on considère le point  $A(-4; 4)$  et la droite  $(d)$  dont une équation cartésienne est  $-2x + y + 1 = 0$ .

Calculer les coordonnées du projeté orthogonal H du point A sur la droite  $(d)$

**Exercice 20**

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , on considère le cercle  $\mathcal{C}$  dont une équation cartésienne est

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$$

1. Démontrer que le point  $A(3, 8; 1, 4)$  appartient au cercle  $\mathcal{C}$ .
2. Déterminer les coordonnées du centre I du cercle  $\mathcal{C}$  ainsi que son rayon.
3. Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à  $\mathcal{C}$  au point A.

**Exercice 21**

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , démontrer que les points A, B, C, D de coordonnées respectives  $(7, 5; 4, 5)$ ,  $(3; 6)$ ,  $(-1, 5; 4, 5)$  et  $(-3; 3)$  appartiennent à un même cercle.